

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина»
Институт математики, физики и информационных технологий
Кафедра функционального анализа

УТВЕРЖДАЮ:
Директор института



Н. Л. Королева
«21» июня 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине Б1.О.7 Математические модели систем поддержки принятия решений

Направление подготовки/специальность: 01.04.01 - Математика

Профиль/направленность/специализация: Обработка больших данных и интеллектуальные системы поддержки принятия решений

Уровень высшего образования: магистратура

Квалификация: Магистр

год набора: 2023

Тамбов, 2023

Автор программы:

Кандидат физико-математических наук, доцент Фомичева Юлия Геннадьевна

Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.01 - Математика (уровень магистратуры) (приказ Министерства образования и науки РФ от «10» января 2018 г. № 12).

Рабочая программа принята на заседании Кафедры функционального анализа «14» июня 2023 г. Протокол № 9

Рассмотрена и одобрена на заседании Ученого совета Института математики, физики и информационных технологий, Протокол от «21» июня 2023 г. № 3.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели и задачи дисциплины.....	4
2. Место дисциплины в структуре ОП Магистратуры.....	5
3. Объем и содержание дисциплины.....	5
4. Контроль знаний обучающихся и типовые оценочные средства.....	9
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).....	18
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....	20
7. Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	21

1. Цели и задачи дисциплины

1.1 Цель дисциплины – формирование компетенций:

ОПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики

ОПК-3 Способен использовать знания в сфере математики при осуществлении педагогической деятельности

1.2 Типы задач профессиональной деятельности, к которым готовятся обучающиеся в рамках освоения дисциплины:

- научно-исследовательский
- организационно-управленческий
- проектно-технологический

1.3 Дисциплина ориентирована на подготовку обучающихся к профессиональной деятельности в сфере: 40 Сквозные виды профессиональной деятельности в промышленности (в сфере научно-исследовательских и опытноконструкторских разработок)

1.4 В результате освоения дисциплины у обучающихся должны быть сформированы:

Обобщенные трудовые функции / трудовые функции / трудовые или профессиональные действия (при наличии профстандарта)	Код и наименование компетенции ФГОС ВО, необходимой для формирования трудового или профессионального действия	Индикаторы достижения компетенций
	ОПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики	Выделяет теоретические и прикладные, аксиологические и инструментальные компоненты естествознания, применяет естественнонаучные знания в учебной и профессиональной деятельности; выбирает целесообразные методы математической обработки информации, теоретического и экспериментального исследований, адекватные решаемым задачам своей деятельности
	ОПК-3 Способен использовать знания в сфере математики при осуществлении педагогической деятельности	Использует современные методики и технологии преподавания математики для обеспечения качества учебно-воспитательного процесса

1.5 Согласование междисциплинарных связей дисциплин, обеспечивающих освоение компетенций:

ОПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики

№ п/п	Наименование дисциплин, определяющих междисциплинарные связи	Форма обучения	
		Очная (семестр)	
		1	4
1	Вероятностный и статистический анализ	+	
2	Научно-исследовательская работа		+

ОПК-3 Способен использовать знания в сфере математики при осуществлении педагогической деятельности

№ п/п	Наименование дисциплин, определяющих междисциплинарные связи	Форма обучения	
		Очная (семестр)	
		2	3
1	Информационные технологии в профессиональной деятельности + онлайн курс "Информационные технологии и сервисы" (УрФУ)	+	
2	Научно-педагогическая практика		+

2. Место дисциплины в структуре ОП магистратуры:

Дисциплина «Математические модели систем поддержки принятия решений» относится к обязательной части учебного плана ОП по направлению подготовки 01.04.01 - Математика.

Дисциплина «Математические модели систем поддержки принятия решений» изучается в 1 семестре.

3. Объем и содержание дисциплины

3.1. Объем дисциплины: 6 з.е.

Очная: 6 з.е.

Вид учебной работы	Очная (всего часов)
Общая трудоёмкость дисциплины	216
Контактная работа	32
Лекции (Лекции)	16
Лабораторные (Лаб. раб.)	16
Самостоятельная работа (СР)	148
Экзамен	36

3.2. Содержание курса:

№ темы	Название раздела/темы	Вид учебной работы, час.			Формы текущего контроля
		Лек ции	Лаб · раб.	СР	
		О	О	О	
1 семестр					

1	Линейное программирование . Геометрический смысл. Симплекс – метод	4	4	36	Решение ситуационных задач
2	Симплекс-метод	4	4	32	Решение ситуационных задач; Контрольная работа
3	Двойственные задачи.	4	4	32	Решение ситуационных задач
4	Введение в нелинейное программирование . Метод множителей Лагранжа. Метод штрафных функций	2	2	25	Решение ситуационных задач; Контрольная работа
5	Введение в теорию игр. Игры с нулевой суммой. Игры с чистыми и смешанными стратегиями.	2	2	23	Решение ситуационных задач

Тема 1. Линейное программирование. Геометрический смысл. Симплекс – метод (ОПК-1) **Лекция.**

Предмет и задачи исследования операций. Типы задач линейного программирования. История формирования исследования операций как самостоятельной ветви прикладной математики. Оптимизационные задачи в науке и технике. Основные понятия и принципы исследования операций. Однокритериальная и многокритериальная оптимизация. Примеры задач линейного программирования. Общая, стандартная (симметричная), каноническая (основная) задачи линейного программирования. Графическое решение задач линейного программирования. Геометрическое истолкование задачи линейного программирования. Задачи, содержащие более двух переменных, допускающие графическое решение.

Лабораторные работы.

1. Построить на плоскости область решений системы линейных неравенств и геометрически найти наименьшее и наибольшее значения линейной функции.
2. Привести ЗЛП к стандартной форме и решить графическим методом, найти наибольшее значение целевой функции.

Задания для самостоятельной работы.

1. Построить на плоскости область решений системы линейных неравенств
2. Привести ЗЛП к стандартной форме
3. Построить на плоскости область решений системы линейных неравенств и геометрически найти наименьшее и наибольшее значения линейной функции
4. Привести ЗЛП к стандартной форме и решить графическим методом, найти наибольшее значение целевой функции

Тема 2. Симплекс-метод (ОПК-3)

Лекция.

Симплекс-метод. Симплекс-метод решения основной задачи линейного программирования. Метод искусственного базиса. Частные случаи задач линейного программирования: целочисленная задача, транспортная задача. Варианты постановок транспортных задач. Задачи с правильным и неправильным балансом. Методы нахождения начального базисного решения. Критерий оптимальности решения. Метод потенциалов. Задачи с одним или несколькими параметрами.

Лабораторные работы.

1. Решить систему линейных уравнений методом последовательного исключения неизвестных Жордана – Гаусса. Записать общее решение, все базисные решения и указать среди них опорные.
2. Предприятие выпускает два вида продукции А и В, для производства которых используется сырье трех видов. На изготовление единицы изделия А требуется затратить сырья каждого вида a_1, a_2, a_3 кг соответственно, а для единицы изделия В – b_1, b_2, b_3 кг соответственно. Производство обеспечено сырьем каждого вида в количестве p_1, p_2, p_3 кг соответственно. Стоимость единицы изделия А составляет α рублей, а единицы изделия В – β рублей.

Требуется составить план производства изделий А и В, обеспечивающий максимальную стоимость готовой продукции.

- 1) решите задачу симплекс-методом;
- 2) решите исходную задачу графическим методом.

Задания для самостоятельной работы.

1. Решить систему линейных уравнений методом последовательного исключения неизвестных Жордана – Гаусса. Записать общее решение, все базисные решения и указать среди них опорные
2. Предприятие выпускает два вида продукции А и В, для производства которых используется сырье трех видов. На изготовление единицы изделия А требуется затратить сырья каждого вида _____ кг соответственно, а для единицы изделия В – _____ кг соответственно. Производство обеспечено сырьем каждого вида в количестве _____ кг соответственно. Стоимость единицы изделия А составляет α рублей, а единицы изделия В – β рублей.

Требуется составить план производства изделий А и В, обеспечивающий максимальную стоимость готовой продукции.

- 1) решите задачу симплекс-методом;
- 2) решите исходную задачу графическим методом.

Тема 3. Двойственные задачи. (ОПК-3)

Лекция.

Двойственные задачи линейного программирования. Прямая и двойственная задачи линейного программирования. Правила составления двойственной задачи. Связь между решениями прямой и двойственной задач. Геометрическая интерпретация двойственных задач. Нахождение решения двойственных задач на основании первой и второй теорем двойственности. Экономическое содержание теории двойственности.

Лабораторные работы.

1. Решить прямую задачу при помощи симплекс-метода; по решению прямой задачи определить решение двойственной. Поставить двойственную задачу, решить ее графически; по решению двойственной найти решение прямой задачи
2. Решить транспортную задачу:

По данным тарифам c_{ij} перевозок единицы товара от поставщика A_i к поставщику B_j , предложению поставщиков a_i , спросу потребителей b_j найти план перевозок наименьшей стоимости.

Задания для самостоятельной работы.

1. Решить прямую задачу при помощи симплекс-метода; по решению прямой задачи определить решение двойственной. Поставить двойственную задачу, решить ее графически; по решению двойственной найти решение прямой задачи.

2. Решить транспортную задачу:

По данным тарифам c_{ij} перевозок единицы товара от поставщика A_i к поставщику B_j , предложению поставщиков a_i , спросу потребителей b_j найти план перевозок наименьшей стоимости

Тема 4. Введение в нелинейное программирование. Метод множителей Лагранжа. Метод штрафных функций (ОПК-3)

Лекция.

Геометрическая интерпретации задачи нелинейного программирования. Классическая задача оптимизации, решение её методом множителей Лагранжа. Задачи выпуклого программирования. Метод штрафных функций

Лабораторные работы.

Задание 1.

Транспортная задача в сетевой постановке

Имеется 12 городов A, B, C, D, E, F, G, H, I, K, L, M.

Известны их потребности и возможности Указаны имеющиеся пути и цены перевозки единицы товара по ним. Найти оптимальный план перевозок.

Задания для самостоятельной работы.

Транспортная задача в сетевой постановке

Имеется 12 городов A, B, C, D, E, F, G, H, I, K, L, M.

Известны их потребности и возможности Указаны имеющиеся пути и цены перевозки единицы товара по ним. Найти оптимальный план перевозок.

Тема 5. Введение в теорию игр. Игры с нулевой суммой. Игры с чистыми и смешанными стратегиями. (ОПК-3)

Лекция.

Предмет и задачи теории игр. Конечная парная игра с нулевой суммой. Игра с чистыми стратегиями. Понятие смешанных стратегий. Решение игры 2×2 в смешанных стратегиях. Методы упрощения платежной матрицы. Геометрическая интерпретация задач теории игр. Сведение задач теории игр к задачам линейного программирования

Лабораторные работы.

1. Решить задачу о назначениях (нечетный вариант – на максимум, четный вариант – на минимум).

2. На складе хранится продукция, которая пользуется равномерным спросом. За 1 день со склада извлекается a т продукции. Плата за хранение 1 т продукции в день – b тыс. руб. Плата за доставку одной партии – c тыс. руб. Планирование производится на d дней. На сколько процентов затраты в плане Вильсона превышают затраты в оптимальном плане?

Задание 2. На складе хранится продукция, которая пользуется равномерным спросом. За 1 день со склада извлекается a т продукции. Плата за хранение 1 т продукции в день – b тыс. руб. Плата за доставку одной партии – c тыс. руб. Планирование производится на d дней. На сколько процентов затраты в плане Вильсона превышают затраты в оптимальном плане?

Задания для самостоятельной работы.

1. Решить задачу о назначениях (нечетный вариант – на максимум, четный вариант – на минимум).

2. Решить задачи:

Задача 1. Малое предприятие производит изделия двух видов. На изготовление одного изделия вида A расходуется 10 кг сырья, на изготовление одного изделия вида B – 5 кг. Всего имеется 150 кг сырья. Требуется составить план производства, обеспечивающий получение наибольшей выручки, если отпускная стоимость одного изделия вида A 2 у.е., вида B – 5 у.е., причем изделий вида A требуется изготовить не более 40, а вида B – не более 20.

Задача 2. Предприятие выпускает 5 видов изделий, на которые расходуется 3 вида комплектующих. Запасы комплектующих на складе таковы: 350, 200 и 250 штук соответственно. Нормы расхода ресурсов заданы матрицей:

Прибыль предприятия от реализации единицы изделия первого, второго, третьего, четвертого и пятого видов такова: 20, 25, 30, 25 и 15 д.е. Предложите план производства продукции, максимизирующий прибыль от реализации всей выпущенной продукции.

Как изменится оптимальный план производства, если запасы комплектующих второго вида удастся увеличить до 300 штук?

Задача 3. На складах A1, A2, A3 и A4 имеется по 90 ед. продукции. Всю эту продукцию нужно развезти четырём потребителям в количестве 50, 110, 105 и 95 ед. Соответствующие тарифы заданы матрицей (д.е.). Найти решение, минимизирующее транспортные расходы, если со склада A1 потребителю B2 требуется перевезти строго 90 ед. товара, со склада A3 потребителю B3 - строго 60 ед., а со склада A4 к B4 - не менее 40 и не более 60 ед.

Задача 4. На складах A1, A2 и A3 имеется 85, 90 и 100 ед. продукции. Шести потребителям B1, B2, B3, B4, B5 и B6 нужно отвезти 30, 40, 50, 70, 45 и 60 ед. продукции. Соответствующие тарифы заданы матрицей (д.е.). Запросы потребителей необходимо удовлетворить в максимальной степени. Штрафы за недопоставку продукции потребителям B1, B4, и B5 равны соответственно 2, 2 и 1 д.е. Найти решение, минимизирующее общие затраты (состоящие из транспортных расходов и штрафов за недопоставку продукции), если запросы потребителя B2 необходимо удовлетворить полностью, перевозка со склада A1 потребителю B3 не может быть осуществлена, а потребителю B6 необходимо отвезти не менее 10 ед. продукции со склада A2.

4. Контроль знаний обучающихся и типовые оценочные средства

4.1. Распределение баллов:

1 семестр

- посещаемость – 5 баллов
- текущий контроль – 45 баллов
- контрольные срезы – 2 среза по 10 баллов каждый
- премиальные баллы – 10 баллов
- ответ на экзамене: не более 30 баллов

Распределение баллов по заданиям:

№ те мы	Название темы / вид учебной работы	Формы текущего контроля / срезы	Мах. кол-во баллов	Методика проведения занятия и оценки
1.	Линейное программирование. Геометрический смысл. Симплекс – метод	Решение ситуационных задач	5	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.

2.	Симплекс-метод	Решение ситуационных задач	10	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.
		Контрольная работа(контрольный срез)	10	Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам, содержащим 5 заданий. Каждое задание оценивается в 2 балла
3.	Двойственные задачи.	Решение ситуационных задач	10	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.
4.	Введение в нелинейное программирование. Метод множителей Лагранжа. Метод штрафных функций	Решение ситуационных задач	10	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.
		Контрольная работа(контрольный срез)	10	Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам, содержащим 5 заданий. Каждое задание оценивается в 2 балла.
5.	Введение в теорию игр. Игры с нулевой суммой. Игры с чистыми и смешанными стратегиями.	Решение ситуационных задач	10	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.

6.	Посещаемость	5	5 баллов за отсутствие пропусков занятий без уважительных причин и выполнение в срок всех заданий
7.	Премиальные баллы	10	10 баллов за участие в студенческих научных конференциях и олимпиадах
8.	Ответ на экзамене	30	10-17 баллов – студент раскрыл основные вопросы и задания билета на оценку «удовлетворительно» 18-24 баллов – студент раскрыл основные вопросы и задания билета на оценку «хорошо», 25-30 баллов – студент раскрыл основные вопросы и задания билета на оценку «отлично».
9.	Индивидуальные задания, с помощью которых можно набрать дополнительные баллы	30	Добор баллов: студент может предоставить задания текущего контроля
10.	Итого за семестр	100	

Итоговая оценка по экзамену выставляется в 100-балльной шкале и в традиционной четырехбалльной шкале. Перевод 100-балльной рейтинговой оценки по дисциплине в традиционную четырехбалльную осуществляется следующим образом:

100-балльная система	Традиционная система
85 - 100 баллов	Отлично
70 - 84 баллов	Хорошо
50 - 69 баллов	Удовлетворительно
Менее 50	Неудовлетворительно

4.2 Типовые оценочные средства текущего контроля

Контрольная работа

Тема 2. Симплекс-метод

Задания для контрольной работы

Задание № 1

Предприятие выпускает два наименования товаров - А и В, для производства которых используется сырье трех видов. Известны нормы затрат сырья (по видам) на производство единицы каждого наименования, общее количество сырья каждого вида, которым обеспечено производство, размер запланированной прибыли от реализации единицы товара каждого вида (см. соответствующую таблицу). Необходимо составить план производства изделий А и В, обеспечивающий наибольшую прибыль от их реализации. Порядок выполнения. 1. Построить математическую модель задачи (симметричного вида). 2. Решить задачу графическим методом. 3. Осуществить переход к каноническому виду задачи. 4. Решить задачу симплекс-методом. 5. Построить модель двойственной задачи и определить ее решение.

Задание №2

На трех базах находится однородный груз в известных количествах. Его необходимо привезти в пять магазинов, потребности которых в данном грузе известны. Нужно спланировать перевозки так, чтобы весь имеющийся груз был распределен, заказы всех магазинов были выполнены, общая стоимость перевозок при заданных тарифах была минимальной. Порядок выполнения. 1. Построить математическую модель задачи. 2. Найти первоначальное распределение перевозок методом минимального тарифа (1-7, 9-10 варианты) или методом северо-западного угла (8 вариант). 3. Оптимизировать полученное опорное решение методом потенциалов. (Числовые данные для выполнения решения задачи - запасы, потребности, тарифы – смотреть в соответствующей таблице).

Задание №3

Предприниматель планирует закупку трех партий новых товаров (1П, 2П, 3П) в условиях неясной рыночной конъюнктуры, относительно которой известны возможные состояния (1Р, 2Р, 3Р), а также объемы товарооборота по каждому варианту и их условные вероятности. Определить предпочтительный план закупки товаров. (Решение игры провести с использованием критериев Вальда, Гурвица с параметром $k=0,4$, Лапласа (1-5 варианты); Вальда, Сэвиджа, Байеса (6-10 варианты)).

Задание №4

Дана таблица структурно-временных параметров комплекса работ и сетевой граф, отражающий порядок и взаимосвязь данных работ. Необходимо рассчитать основные параметры сетевого план-графика (ранние сроки наступления событий, ранние сроки окончания работ, поздние сроки наступления событий, поздние сроки начала работ, полный и свободный резервы времени) и построить критические пути.

Задание №5 1-5 варианты:

На оптовую базу прибывают автомобили с промышленными товарами, причем за единицу времени - $\square\square\square$ машин. Разгрузку осуществляют n бригад грузчиков, каждая из которых на разгрузку одной машины в среднем затрачивает время, равное $обст$. Территория базы позволяет разместить m машин, ожидающих разгрузки. Для данной СМО необходимо: а) указать все возможные состояния; б) построить размеченный граф состояний; в) определить основные параметры, характеризующие ее работу; г) сделать экономический анализ эффективности работы данной СМО и возможности ее повышения.

Тема 4. Введение в нелинейное программирование. Метод множителей Лагранжа.

Метод штрафных функций

Задание для контрольной работы

Найти экстремум функции градиентным методом:

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + \frac{5}{2}x_2^2 - x_1x_2 - 7 \rightarrow \min, \quad x^{(0)} = (3; -1).$$

2. Решить задачу о рациональном распределении ресурсов методом динамического программирования:

Номер варианта	Предприятие 1		Предприятие 2		Предприятие 3	
	C1	R1	C2	R2	C3	R3
1	0	0	0	0	0	0
2	2	5	2	6	2	5
3	3	7	4	8	3	6
4	4	8	-	-	4	7
5	-	-	-	-	5	9

Задание 8

На мебельной фабрике из стандартных листов фанеры необходимо вырезать заготовки трех видов в количествах, соответственно равных 24, 31 и 18 шт. Каждый лист фанеры может быть разрезан на заготовки двумя способами. Количество получаемых заготовок при данном способе раскроя приведено в таблице. В ней же указана величина отходов, которые получают при данном способе раскроя одного листа фанеры.

Вид заготовки	Количество заготовок (шт.) при раскрое по способу	
	1	2
I	2	6
II	5	4
III	2	3
Величина отходов (см ²)	12	16

Определить, частоту использования способов раскроя фанеры так, чтобы было получено не меньше нужного количества заготовок при минимальных отходах.

Мясокомбинат имеет в своем составе четыре завода, на каждом из которых может изготавливаться три вида колбасных изделий. Мощности каждого из заводов соответственно равны 320, 280, 270 и 350 т/сут. Ежедневные потребности в колбасных изделиях каждого вида также известны и соответственно равны 450, 370 и 400 т. Зная себестоимость 1 т каждого вида колбасных изделий на каждом заводе, которая определяется матрицей

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \\ 6 & 4 & 2 \\ 7 & 8 & 5 \end{bmatrix},$$

найти такое распределение выпуска колбасных изделий между заводами, при котором себестоимость изготавливаемой продукции является минимальной.

Решение ситуационных задач

Тема 1. Линейное программирование. Геометрический смысл. Симплекс – метод
Задачи для практических занятий

1. Найти графическим методом максимальное и минимальное решение задачи линейного программирования ($x_j \geq 0$).

$$Z = 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 12 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 16 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

2. Приведите общую постановку задачи математического программирования.
3. Какая форма задачи линейного программирования называется общей, стандартной, канонической? В чем заключаются сходства и различия этих форм?
4. Какое решение задачи линейного программирования называется допустимым решением? Оптимальным решением?
5. Перечислите преобразования позволяющие перейти к канонической форме задачи линейного программирования.

Тема 2. Симплекс-метод

Задачи для практических занятий

1. Планируется праздник города. Администрация решает где его провести – на открытом воздухе или в здании городского театра. Финансовый результат праздника зависит от погоды, которая будет в тот день. По данным Гидрометцентра вероятность дождя – 40 %.

**Прибыль города при различных вариантах проведения праздника
(тыс. руб.)**

Погода	Праздник на открытом воздухе	Праздник в театре
Солнечно	1000	750
Дождь	200	500

Построить дерево решений и найти оптимальное решение.

2. Найти оптимальные стратегии игроков для игры:

$$\begin{pmatrix} 8 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

3. Господин Н в течение шести лет намерен ежегодно вкладывать по \$4000 в облигации с купонной доходностью 7% (схема пренумерандо). Чему равна сумма к получению в конце срока?

Тема 3. Двойственные задачи.

Задания для практических занятий

Задание 1

На трех хлебокомбинатах ежедневно производится 110, 190 и 90 т муки. Эта мука потребляется четырьмя хлебозаводами, ежедневные потребности которых равны соответственно 80, 60, 170 и 80 т. Тарифы перевозок 1 т муки с хлебокомбинатов к каждому из хлебозаводов задаются матрицей:

$$C = \begin{bmatrix} 8 & 1 & 9 & 7 \\ 4 & 6 & 2 & 12 \\ 3 & 5 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

Составить такой план доставки муки, при котором общая стоимость перевозок является минимальной.

Задание 2

В трех хранилищах горючего ежедневно хранится 175, 125 и 140 т бензина. Этот бензин ежедневно получают четыре заправочных станции в количествах, равных соответственно 180, 110, 60 и 40 т. Тарифы перевозок 1 т бензина с хранилищ к заправочным станциям задаются матрицей:

$$C = \begin{bmatrix} 9 & 7 & 5 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 & 1 \end{bmatrix}$$

Составить такой план перевозок бензина, при котором общая стоимость перевозок является минимальной.

Задание 3

Имеется три участка земли, на которых могут быть засеяны кукуруза, пшеница, ячмень и просо. Площадь каждого из участков соответственно равна 600, 180 и 220 га. С учетом наличия семян кукурузой, пшеницей, ячменем и просом следует соответственно засеять 290, 180, 110 и 420 га. Урожайность каждой из культур для каждого из участков различна и задается матрицей:

$$C = \begin{bmatrix} 40 & 45 & 50 \\ 30 & 28 & 22 \\ 18 & 22 & 14 \\ 24 & 18 & 26 \end{bmatrix}$$

Определить, сколько гектаров каждой культуры на каждом из участков следует засеять так, чтобы общий сбор зерна был максимальным.

Тема 4. Введение в нелинейное программирование. Метод множителей Лагранжа.

Метод штрафных функций

Задание для практических занятий

Контейнер оборудован m отсеками вместимостью b_i ($i = \overline{1, m}$) для перевозки n видов продукции Π_j ($j = \overline{1, n}$). Виды продукции характеризуются свойством неделимости, т.е. их можно брать в количестве 0, 1, 2, ... единиц. Пусть a_{ij} - расход i -го отсека для перевозки единицы j -ой продукции. Обозначим через c_j полезность единицы j -ой продукции. Требуется найти план (x_1, x_2, \dots, x_n) перевозки, при котором максимизируется общая полезность рейса. Модель задачи примет вид:

$$\max F = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

при ограничениях на вместимости отсеков

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad (i = \overline{1, m})$$

условии неотрицательности

$$x_j \geq 0 \quad (j = \overline{1, n})$$

условии целочисленности

$$x_j - \text{целые} \quad (j = \overline{1, n}).$$

Когда для перевозки имеется один отсек и каждый вид продукции может быть взят или нет, то модель задачи принимает вид:

$$\max F = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

$$\sum_{j=1}^n a_j x_j \leq b \quad x_j \in \{0, 1\} \quad (j = \overline{1, n}).$$

Тема 5. Введение в теорию игр. Игры с нулевой суммой. Игры с чистыми и смешанными стратегиями.

Задание для практических занятий

Задача 11. Постройте мажоритарный граф при следующих предпочтениях участников на множестве $N = \{1, 2, 3, 4\}$ относительно кандидатов из множества $A = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$:

$$P_1: x_5 \succ x_1 \succ x_4 \succ x_3 \succ x_2;$$

$$P_2: x_1 \succ x_5 \succ x_3 \succ x_4 \succ x_2;$$

$$P_3: x_4 \succ x_1 \succ x_2 \succ x_5 \succ x_3;$$

$$P_4: x_5 \succ x_1 \succ x_3 \succ x_4 \succ x_2.$$

Есть ли здесь победитель Кондорсе? Проанализируйте полученный результат.

Задача 12. Пусть $G = (X \cup Y, \Gamma)$, где $X = \{a, b, c, d, e\}$, $Y = \{v, w, x, y, z\}$ и $\Gamma = \{av, ax, bv, bz, cw, cy, cz, dx, dz, ey, ez\}$. Найдите максимальное паросочетание в G , пользуясь алгоритмом его построения.

Задача 13. Совет директоров банка состоит из пяти человек P, A, B, C, D . Президент банка P имеет три голоса, остальные члены совета директоров – по одному. Правило принятия решения – минимум пять голосов «за». Известно, что P и вице-президенты A и B в силу определенных причин никогда не голосуют все вместе за одно решение. Найдите индексы влияния Банцафа для каждого члена совета директоров.

4.3 Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме экзамена

Типовые вопросы экзамена (ОПК-1, ОПК-3)

Типовые вопросы экзамена:

- 1 Различные постановки задач линейного программирования (ЛП). Эквивалентные преобразования одной формы в другую.
- 2 Геометрическая интерпретация задач линейного программирования.
- 3 Выпуклое множество. Выпуклость множества допустимых решений задачи линейного программирования.
- 4 Опорное решение и его эквивалентность понятию вершина.
- 5 Теорема о достижении оптимума задачи ЛП в вершине.
- 6 Симплекс-метод. Жордановы преобразования СТ.
- 7 Достаточное условие оптимальности опорного решения. Признак неограниченности целевой функции на множестве допустимых решений задачи.
- 8 Критерий оптимальности невырожденного опорного решения.
- 9 Геометрический смысл вырожденности в ЛП. Проявление вырожденности задачи при использовании симплекс-метода.
- 10 Задача ЛП с неединственной точкой оптимума.
- 11 Построение начальной симплекс-таблицы. Метод искусственного базиса. Признак неразрешимости-I.
- 12 Двойственные задачи в ЛП. Правила построения двойственной задачи к задаче ЛП в произвольной форме.
- 13 Свойства двойственных задач.
- 14 Первая теорема двойственности.
- 15 Вторая теорема двойственности. Различные формы условий дополняющей нежесткости.
- 16 Транспортная задача. Методы построения начальной таблицы. Метод потенциалов. Критерий оптимальности опорного решения транспортной задачи. Открытые модели транспортной задачи.
- 17 Двойственный симплекс-метод.
- 18 Целочисленное программирование. Метод Гомори.

Типовые задания для экзамена (ОПК-1, ОПК-3)

Для производства изделий А, В, С используются три различных вида ресурсов. Каждый из видов ресурсов может быть использован в количестве, соответственно не большем 180, 210, 244 ед. Известны затраты каждого из видов ресурсов на ед. продукции и цена ед. продукции каждого вида (в таблице).

1. Определить план производства, при котором обеспечивается максимальный доход, и оценить дефицитность каждого вида ресурсов, используемых для производства продукции.

Оценки, приписываемые каждому виду ресурсов, должны быть такими, чтобы оценка всех используемых ресурсов была минимальной, а суммарная оценка ресурсов на производство единиц продукции каждого вида — не меньше цены единицы продукции данного вида.

По условию определить целесообразность включения в план производства изделия D, нормы затрат ресурсов на единицу которого 2, 4, 3 ед., а цена изделия равна 18 ед. Как изменятся оптимальные планы прямой и двойственной задач, если фонды ресурсов каждого вида будут 140, 250, 240 ед.?

2. Поставить задачу линейного программирования. Пусть для производства n видов изделий предприятие имеет t типов взаимозаменяемого оборудования. Каждое из видов изделий необходимо изготовить в количестве b_j ($j=1,...,n$) причем каждый из типов оборудования может быть занят изготовлением этих изделий не более часов ($i=1,...,m$). Время изготовления одного изделия j -го вида на i -м типе оборудования равно часам, а затраты на производство одного изделия на данном типе оборудования равны c_{ij} ($i=1,...,m$ $j=1,...,n$). Определить, сколько изделий каждого вида на каждом из типов оборудования следует произвести, чтобы себестоимость одного изделия была минимальной.

3. Решите задачу оптимизации плана производства с целью получения максимальной прибыли (симплекс-метод).

4. Четыре овощехранилища каждый день обеспечивают картофелем три магазина. Магазины подали заявки соответственно на 17, 12 и 32 тонны. Овощехранилища имеют соответственно 20, 20, 15 и 25 тонн. Тарифы (в д.е. за 1 тонну) указаны в следующей таблице:

Составьте план перевозок, минимизирующий суммарные транспортные расходы

4.4. Шкала оценивания промежуточной аттестации

Оценка	Компетенции	Дескрипторы (уровни) – основные признаки освоения (показатели достижения результата)
«отлично» (85 - 100 баллов)	ОПК-1	Отлично выделяет теоретические и прикладные, аксиологические и инструментальные компоненты естествознания, применяет естественнонаучные знания в учебной деятельности
	ОПК-3	Отлично умеет использовать современные методики и технологии преподавания математики для обеспечения качества учебно-воспитательного процесса
«хорошо» (70 - 84 баллов)	ОПК-1	Хорошо выделяет теоретические и прикладные, аксиологические и инструментальные компоненты естествознания, применяет естественнонаучные знания в учебной деятельности
	ОПК-3	Хорошо умеет использовать современные методики и технологии преподавания математики для обеспечения качества учебно-воспитательного процесса
«удовлетворительно» (50 - 69 баллов)	ОПК-1	Удовлетворительно выделяет теоретические и прикладные, аксиологические и инструментальные компоненты естествознания, применяет естественнонаучные знания в учебной деятельности
	ОПК-3	Удовлетворительно умеет использовать современные методики и технологии преподавания математики для обеспечения качества учебно-воспитательного процесса
«неудовлетворительно» (менее 50 баллов)	ОПК-1	Неудовлетворительно выделяет теоретические и прикладные, аксиологические и инструментальные компоненты естествознания, применяет естественнонаучные знания в учебной деятельности
	ОПК-3	Не умеет использовать современные методики и технологии преподавания математики для обеспечения качества учебно-воспитательного процесса

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

5.1 Методические указания по организации самостоятельной работы обучающихся:

Приступая к изучению дисциплины, в первую очередь обучающимся необходимо ознакомиться содержанием рабочей программы дисциплины (РПД), которая определяет содержание, объем, а также порядок изучения и преподавания учебной дисциплины, ее раздела, части.

Для самостоятельной работы важное значение имеют разделы «Объем и содержание дисциплины», «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» и «Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы».

В разделе «Объем и содержание дисциплины» указываются все разделы и темы изучаемой дисциплины, а также виды занятий и планируемый объем в академических часах.

В разделе «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» указана рекомендуемая основная и дополнительная литература.

В разделе «Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы» содержится перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем, необходимых для освоения дисциплины.

5.2 Рекомендации обучающимся по работе с теоретическими материалами по дисциплине

При изучении и проработке теоретического материала необходимо:

- просмотреть еще раз презентацию лекции в системе MOODLe, повторить законспектированный на лекционном занятии материал и дополнить его с учетом рекомендованной дополнительной литературы;
- при самостоятельном изучении теоретической темы сделать конспект, используя рекомендованные в РПД источники, профессиональные базы данных и информационные справочные системы;
- ответить на вопросы для самостоятельной работы, по теме представленные в пункте 3.2 РПД.
- при подготовке к текущему контролю использовать материалы фонда оценочных средств (ФОС).

5.3 Рекомендации по работе с научной и учебной литературой

Работа с основной и дополнительной литературой является главной формой самостоятельной работы и необходима при подготовке к устному опросу на семинарских занятиях, к дебатам, тестированию, экзамену. Она включает проработку лекционного материала и рекомендованных источников и литературы по тематике лекций.

Конспект лекции должен содержать реферативную запись основных вопросов лекции, в том числе с опорой на размещенные в системе MOODLe презентации, основных источников и литературы по темам, выводы по каждому вопросу. Конспект может быть выполнен в рамках распечатки выдачи презентаций лекций или в отдельной тетради по предмету. Он должен быть аккуратным, хорошо читаемым, не содержать не относящуюся к теме информацию или рисунки.

Конспекты научной литературы при самостоятельной подготовке к занятиям должны содержать ответы на каждый поставленный в теме вопрос, иметь ссылку на источник информации с обязательным указанием автора, названия и года издания используемой научной литературы. Конспект может быть опорным (содержать лишь основные ключевые позиции), но при этом позволяющим дать полный ответ по вопросу, может быть подробным. Объем конспекта определяется самим студентом.

В процессе работы с основной и дополнительной литературой студент может:

- делать записи по ходу чтения в виде простого или развернутого плана (создавать перечень основных вопросов, рассмотренных в источнике);
- составлять тезисы (цитирование наиболее важных мест статьи или монографии, короткое изложение основных мыслей автора);
- готовить аннотации (краткое обобщение основных вопросов работы);
- создавать конспекты (развернутые тезисы).

5.4. Рекомендации по подготовке к отдельным заданиям текущего контроля

Собеседование предполагает организацию беседы преподавателя со студентами по вопросам практического занятия с целью более обстоятельного выявления их знаний по определенному разделу, теме, проблеме и т.п. Все члены группы могут участвовать в обсуждении, добавлять информацию, дискутировать, задавать вопросы и т.д.

Устный опрос может применяться в различных формах: фронтальный, индивидуальный, комбинированный. Основные качества устного ответа подлежащего оценке:

- правильность ответа по содержанию;

- полнота и глубина ответа;
- сознательность ответа;
- логика изложения материала;
- рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи;
- своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе;
- использование дополнительного материала;
- рациональность использования времени, отведенного на задание.

Устный опрос может сопровождаться презентацией, которая подготавливается по одному из вопросов практического занятия. При выступлении с презентацией необходимо обращать внимание на такие моменты как:

- содержание презентации: актуальность темы, полнота ее раскрытия, смысловое содержание, соответствие заявленной темы содержанию, соответствие методическим требованиям (цели, ссылки на ресурсы, соответствие содержания и литературы), практическая направленность, соответствие содержания заявленной форме, адекватность использования технических средств учебным задачам, последовательность и логичность презентуемого материала;
- оформление презентации: объем (оптимальное количество), дизайн (читаемость, наличие и соответствие графики и анимации, звуковое оформление, структурирование информации, соответствие заявленным требованиям), оригинальность оформления, эстетика, использование возможности программной среды, соответствие стандартам оформления;
- личностные качества: ораторские способности, соблюдение регламента, эмоциональность, умение ответить на вопросы, систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам программы;
- содержание выступления: логичность изложения материала, раскрытие темы, доступность изложения, эффективность применения средств ИКТ, способы и условия достижения результативности и эффективности для выполнения задач своей профессиональной или учебной деятельности, доказательность принимаемых решений, умение аргументировать свои заключения, выводы.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1 Основная литература:

1. Вентцель Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология : Учеб. пособие для вузов. - 2-е изд., стер.. - М.: Высш. шк., 2001. - 206 с.
2. Кинторяк, Е. Н. Исследование операций. Линейное программирование : методическое пособие для студентов экономических специальностей. - 2024-12-06; Исследование операций. Линейное программирование. - Симферополь: Университет экономики и управления, 2019. - 52 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/89485.html>

6.2 Дополнительная литература:

1. Половина, И. П. Исследование операций : сборник заданий. - Весь срок охраны авторского права; Исследование операций. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2017. - 80 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/70625.html>
2. Северцев Н. А., Катулев А. Н., Краснощеков П. С. Исследование операций: принципы принятия решений и обеспечение безопасности : Учебное пособие для вузов. - пер. и доп; 2-е изд.. - Москва: Юрайт, 2020. - 319 с. - Текст : электронный // ЭБС «ЮРАЙТ» [сайт]. - URL: <https://urait.ru/bcode/454393>
3. Костевич, Л. С., Лапко, А. А. Исследование операций. Теория игр : учебное пособие. - 2023-01-20; Исследование операций. Теория игр. - Минск: Вышэйшая школа, 2008. - 368 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/20076.html>

4. Бенгина, Т. А., Саркисов, В. Г., Смирнова, Л. Н. Модели оптимизации. Математическое программирование, исследование операций : учебно-методическое пособие. - 2025-02-06; Модели оптимизации. Математическое программирование, исследование операций. - Самара: Самарский государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2018. - 156 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/90633.html>
5. Лемешко Б. Ю. Теория игр и исследование операций. - Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2013. - 167 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=228871>
6. Лагоша, Б. А. Оптимальное управление в экономике : учебное пособие. - 2021-12-31; Оптимальное управление в экономике. - Москва: Евразийский открытый институт, Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2004. - 133 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/10731.html>
7. Гармаш А. Н., Орлова И. В., Федосеев В. В. Экономико-математические методы и прикладные модели : Учебник Для бакалавриата и магистратуры. - пер. и доп; 4-е изд.. - Москва: Юрайт, 2019. - 328 с. - Текст : электронный // ЭБС «ЮРАЙТ» [сайт]. - URL: <https://urait.ru/bcode/406453>
8. Федосеев, В. В., Гармаш, А. Н., Орлова, И. В., Половников, В. А. Экономико-математические методы и прикладные модели : учебное пособие для вузов. - 2022-03-26; Экономико-математические методы и прикладные модели. - Москва: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. - 302 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/81727.html>

6.3 Иные источники:

1. База данных zbMath - <https://www.zbmath.org/>
2. Математическое программирование - <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=415097>
3. Методы исследования операций - <https://e.lanbook.com/book/68467>
4. Электронная библиотека учебников для вузов - <http://4du.ru/>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Для проведения занятий по дисциплине необходимо следующее материально-техническое обеспечение: учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории и помещения для самостоятельной работы укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы укомплектованы компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования, обеспечивающие тематические иллюстрации (проектор, ноутбук, экран/ интерактивная доска).

Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

LibreOffice

Microsoft Office Профессиональный плюс 2007

Microsoft Windows 10

Операционная система "Альт Образование"

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.ru. – URL: <https://elibrary.ru>
2. Платформа Springer Link. – URL: <https://link.springer.com>

3. Президентская библиотека имени Б.Н. Ельцина. – URL: <https://www.prlib.ru>
4. Российская государственная библиотека. – URL: <https://www.rsl.ru>
5. Российская национальная библиотека. – URL: <http://nlr.ru>
6. Тамбовская областная универсальная научная библиотека им. А.С. Пушкина. – URL: <http://www.tambovlib.ru>
7. Университетская библиотека онлайн: электронно-библиотечная система. – URL: <https://biblioclub.ru>
8. Федеральное хранилище «Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов». – URL: <http://school-collection.edu.ru>
9. Федеральный портал «Российское образование». – URL: <https://www.edu.ru>
10. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» . – URL: <http://www.biblioclub.ru>
11. Электронный каталог Фундаментальной библиотеки ТГУ. – URL: <http://biblio.tsutmb.ru/elektronnyij-katalog>
12. Юрайт: электронно-библиотечная система. – URL: <https://urait.ru>

Электронная информационно-образовательная среда

https://auth.tsutmb.ru/authorize?response_type=code&client_id=moodle&state=xyz

Взаимодействие преподавателя и студента в процессе обучения осуществляется посредством мультимедийных, гипертекстовых, сетевых, телекоммуникационных технологий, используемых в электронной информационно-образовательной среде университета.