

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина»
Институт математики, физики и информационных технологий
Кафедра функционального анализа

УТВЕРЖДАЮ:
Директор института



Н. Я. Королева
«21» июня 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине Б1.В.ДВ.04.1 Функционально-дифференциальные уравнения и включения

Направление подготовки/специальность: 01.03.01 - Математика

Профиль/направленность/специализация: Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Уровень высшего образования: бакалавриат

Квалификация: Бакалавр

год набора: 2020

Тамбов, 2023

Автор программы:

Доктор физико-математических наук, профессор Жуковский Евгений Семенович

Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.01 - Математика (уровень бакалавриата) (приказ Министерства образования и науки РФ от «10» января 2018 г. № 8).

Рабочая программа принята на заседании Кафедры функционального анализа «14» июня 2023 г. Протокол № 9

Рассмотрена и одобрена на заседании Ученого совета Института математики, физики и информационных технологий, Протокол от «21» июня 2023 г. № 3.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели и задачи дисциплины.....	4
2. Место дисциплины в структуре ОП Бакалавриата.....	4
3. Объем и содержание дисциплины.....	5
4. Контроль знаний обучающихся и типовые оценочные средства.....	15
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).....	24
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....	25
7. Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	26

1. Цели и задачи дисциплины

1.1 Цель дисциплины – формирование компетенций:

ПК-4 Способен использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач

1.2 Типы задач профессиональной деятельности, к которым готовятся обучающиеся в рамках освоения дисциплины:

- научно-исследовательский

1.3 Дисциплина ориентирована на подготовку обучающихся к профессиональной деятельности в сфере: 40 Сквозные виды профессиональной деятельности в промышленности (в сфере научно-исследовательских и опытноконструкторских разработок)

1.4 В результате освоения дисциплины у обучающихся должны быть сформированы:

Обобщенные трудовые функции / трудовые функции / трудовые или профессиональные действия (при наличии профстандарта)	Код и наименование компетенции ФГОС ВО, необходимой для формирования трудового или профессионального действия	Индикаторы достижения компетенций
- В Проведение научно-исследовательских и опытно-конструкторских разработок при исследовании самостоятельных тем	ПК-4 Способен использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач	Адекватно применяет в своей деятельности методы математической обработки результатов исследований, полученных при решении конкретной теоретической или прикладной задачи

1.5 Согласование междисциплинарных связей дисциплин, обеспечивающих освоение компетенций:

ПК-4 Способен использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач

№ п/п	Наименование дисциплин, определяющих междисциплинарные связи	Форма обучения				
		Очная (семестр)				
		4	5	6	7	8
1	Адаптационная дисциплина для инвалидов и лиц с ОВЗ "Обобщенные функции"				+	+
2	Динамические системы				+	+
3	Дифференциальные уравнения		+	+		
4	Научно-исследовательская работа					+
5	Численные методы	+	+			

2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата:

Дисциплина «Функционально-дифференциальные уравнения и включения» относится к обязательной части учебного плана ОП по направлению подготовки 01.03.01 - Математика.

Дисциплина «Функционально-дифференциальные уравнения и включения» изучается в 7, 8 семестрах.

3.Объем и содержание дисциплины

3.1.Объем дисциплины: 7 з.е.

Очная: 7 з.е.

Вид учебной работы	Очная (всего часов)
Общая трудоёмкость дисциплины	252
Контактная работа	80
Лекции (Лекции)	28
Практические (Практ. раб.)	52
Самостоятельная работа (СР)	136
Экзамен	36
Зачет	-

3.2.Содержание курса:

№ темы	Название раздела/темы	Вид учебной работы, час.			Формы текущего контроля
		Лек ции	Пра кт. раб.	СР	
		О	О	О	
7 семестр					
1	Элементы теории функций и функционального анализа	2	2	8	Выполнение практических заданий
2	Разрешимость нелинейных функционально-дифференциальных уравнений	2	2	8	Выполнение практических заданий
3	Теоремы об операторном неравенстве. Оценки решений функционально-дифференциальных уравнений	2	2	8	Выполнение практических заданий; Контрольная работа
4	Методы приближенного решения нелинейных функционально-дифференциальных уравнений	2	2	8	Выполнение практических заданий
5	Линейные уравнения в банаховых пространствах	2	2	6	Выполнение практических заданий

6	Теория линейных функционально-дифференциальных уравнений	1	1	6	Контрольная работа; Выполнение практических заданий
7	Линейные уравнения с последствием	1	1	4	Реферат; Зачет
8 семестр					
8	Методы приближенного построения общего решения линейных функционально-дифференциальных уравнений	2	4	12	Выполнение практических заданий
9	Теория абстрактных функционально-дифференциальных уравнений	2	4	12	Выполнение практических заданий
10	Дифференциальные уравнения, удовлетворяющие условиям Каратеодори	2	4	14	Контрольная работа
11	Многозначные отображения в конечномерных пространствах.	2	6	14	Выполнение практических заданий
12	Дифференциальные включения. Дифференциальные уравнения с разрывной по фазовым переменным правой частью.	2	6	12	Выполнение практических заданий
13	Функционально-дифференциальные включения	2	8	12	Контрольная работа
14	Оценки решений функционально-дифференциальных включений и принцип плотности	4	8	12	Выполнение практических заданий

Тема 1. Элементы теории функций и функционального анализа (ПК-4)

Лекция.

Предмет курса. Краткий исторический обзор. Метрические пространства. Сходимость. Полные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений. Компактность в метрических пространствах. Теорема Арцела. Линейные пространства. Нормированные пространства. Непрерывные линейные функционалы на нормированных пространствах. Сопряженное пространство. Слабая топология и слабая сходимость. Мера Лебега. Измеримые функции. Интеграл Лебега. Пространства суммируемых функций. Критерий компактности в пространстве $C(X)$. Непрерывный функционал в $C(X)$. Интегральный оператор в L^2 . Принцип Шаудера неподвижной точки.

Практическое занятие.

1. 1. Примеры метрических пространств. Примеры полных метрических пространств, в которых существуют последовательности вложенных шаров с пустым пересечением.
2. 2. Привести примеры различных метрик в $C(X)$. Построить сферы в $C(X)$ для разных значений r .
3. 3. Привести примеры метрик в пространствах $C(X)$, относительно которых эти пространства являются и не являются полными.
4. 4. Какие из следующих множеств являются относительно компактными в соответствующих метрических пространствах:

Тема 2. Разрешимость нелинейных функционально-дифференциальных уравнений (ПК-4)

Лекция.

Нелинейные вольтерровые операторы. Теоремы о разрешимости задачи Коши для нелинейного уравнения Вольтерра в пространстве суммируемых функций, их применение к исследованию разрешимости функционально-дифференциальных уравнений. Разрешимость краевой задачи для функционально-дифференциального уравнения. Обобщение понятия вольтерровости оператора. Операторные уравнения с обобщенно вольтерровыми операторами в пространстве суммируемых функций. Теоремы о свойствах функционально-дифференциальных уравнений с обобщенно вольтерровыми операторами.

Практическое занятие.

1. 1. Дать определение и привести примеры вольтерровых отображений $T: C[a, b] \rightarrow C[a, b]$.
2. 2. Необходимое и достаточное условие действия и вольтерровости оператора T .
3. 3. Необходимое и достаточное условие действия и вольтерровости оператора T .
4. 4. Необходимое и достаточное условие действия и вольтерровости линейного интегрального оператора T .
5. 5. Исследовать разрешимость, единственность решения в пространстве $C[a, b]$ уравнений:

$$x(t) = \varphi(t) + \int_a^t f(t, s, x(s)) ds, \quad x(a) = \varphi(a).$$
1. 6. Исследовать разрешимость, единственность решения в пространстве $C[a, b]$ уравнений:

$$x(t) = \varphi(t) + \int_a^t f(t, s, x(s)) ds, \quad x(a) = \varphi(a).$$

Задания для самостоятельной работы.

Изучение теоретического материала, разбор доказательств утверждений. Самостоятельное доказательство простых утверждений о разрешимости конкретных уравнений. Решение задач и упражнений по образцу; решение вариантных задач и упражнений.

Рекомендации. Обратит внимание на принципы неподвижной точки, на методы проверки их условий для конкретных отображений. Рассмотреть способы сведения начальной задачи для функционально-дифференциальных уравнений к интегрально-функциональным уравнениям в пространстве непрерывных функций (относительно искомой функции) и в пространстве суммируемых функций (относительно производной искомой функции).

Тема 3. Теоремы об операторном неравенстве. Оценки решений функционально-дифференциальных уравнений (ПК-4)

Лекция.

Конусы в банаховом пространстве. Теоремы о неподвижных точках монотонных операторов. Теоремы о разрешимости и оценках решений функционально-дифференциальных уравнений с монотонными операторами. Эффективные методы решения операторных неравенств в пространстве суммируемых функций

Практическое занятие.

1. Сформулировать определение полноты, секвенциальной полноты частично упорядоченного пространства. Привести примеры соответствующих пространств.
2. Дать определения геометрических свойств конуса.
3. Сформулировать теорему Кнастера-Тарского.
4. Сформулировать теорему Тарского-Канторовича.
5. Порядок Бишопа-Фелпса.
6. Исследовать разрешимость конкретных уравнений с использованием теорем о неподвижных точках монотонных операторов.

Исследовать разрешимость конкретных функционально-дифференциальных уравнений с монотонными операторами

Задания для самостоятельной работы.

Изучение теоретического материала, разбор доказательств утверждений. Самостоятельное доказательство простых утверждений о конкретных дифференциальных неравенствах. Решение задач и упражнений по образцу; решение вариантных задач и упражнений.

Рекомендации. Начать работу над учебным материалом с разбора леммы Гронуолла – простейшего утверждения о дифференциальном неравенстве. Затем следует изучить утверждения типа теорем Чаплыгина, проверить выполнение их условий для конкретных дифференциальных уравнений.

Тема 4. Методы приближенного решения нелинейных функционально-дифференциальных уравнений (ПК-4)

Лекция.

Теоремы о непрерывной зависимости решений операторных уравнений от параметров. Метод Тонелли приближенного решения функционально-дифференциальных уравнений. Аналоги методов Рунге-Кутты численного решения функционально-дифференциальных уравнений

Практическое занятие.

- 1 1. Сформулировать теорему о непрерывной зависимости от параметра неподвижной точки сжимающего отображения.
- 2 2. Определение понятия τ -вольтерровости, примеры τ -вольтерровых операторов.
- 3 3. Неподвижные точки τ -вольтерровых операторов.
- 4 4. Объяснить идею метода Тонелли приближенного решения функционально-дифференциальных уравнений и идею доказательства сходимости метода Тонелли.
- 5 5. Расчетная формула метода Эйлера численного решения функционально-дифференциальных уравнений.
- 6 6. Расчетная формула модифицированного метода Эйлера численного решения функционально-дифференциальных уравнений.

Задания для самостоятельной работы.

Изучение теоретического материала, методов и алгоритмов приближенного решения ФДУ. Решение конкретных ФДУ, выполнение двух-трех шагов вычислений с помощью калькулятора. Разработка программ вычислений на языках программирования.

Рекомендации. При изучении теоретического материала обратить внимание на идею методов Рунге-Куты, ее применение к решению обыкновенных дифференциальных уравнений, к решению функционально-дифференциальных уравнений. Рассмотреть отличие шаговых методов функционально-дифференциальных уравнений и обыкновенных дифференциальных уравнений.

Тема 5. Линейные уравнения в банаховых пространствах (ПК-4)

Лекция.

Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность. Кольцо операторов. Сопряженный оператор. Компактные операторы. Функциональные уравнения. Функциональные уравнения второго рода. Спектр. Резольвента. Альтернатива Фредгольма. Оператор внутренней суперпозиции в пространстве суммируемых функций. Вычисление спектрального радиуса интегрального оператора и оператора внутренней суперпозиции.

Практическое занятие.

- 1 1. Пример линейного неограниченного оператора.
- 2 2. Определить сопряженные операторы к конкретным линейным операторам в .
- 3 3. Пространство , его свойства.
- 4 4. Определить сопряженные операторы к конкретным линейным операторам в .
- 5 5. Определение и свойства оператора внутренней суперпозиции в пространстве .
- 6 6. Функциональные уравнения второго рода. Спектр. Резольвента.
- 7 7. Альтернатива Фредгольма.
- 8 8. Вычисление спектрального радиуса конкретных интегральных операторов в пространстве .
- 9 9. Вычисление спектрального радиуса конкретных интегральных операторов в пространстве .
- 10 10. Спектральный радиус интегрального оператора Вольтерры.
- 11 11. Вычисление спектрального радиуса конкретных операторов внутренней суперпозиции в пространстве .

Задания для самостоятельной работы.

Изучение теоретического материала, разбор доказательств утверждений. Самостоятельное доказательство простых утверждений о свойствах решений конкретных линейных уравнений. Решение задач и упражнений по образцу; решение вариантных задач и упражнений.

Рекомендации. Проиллюстрировать все определения на конкретных уравнениях в конкретных банаховых пространствах. Получить примеры уравнений, решения которых обладают заданными свойствами. Обратить внимание на свойства уравнений Фредгольма.

Тема 6. Теория линейных функционально-дифференциальных уравнений (ПК-4)

Лекция.

Некоторые классы функционально-дифференциальных уравнений. Главная часть линейного уравнения. Линейное уравнение с фредгольмовой главной частью. Линейная краевая задача. Оператор Грина. Представление оператора Грина. Матрица Грина. Непрерывная зависимость решения краевой задачи от параметров. Задача управления функционально-дифференциальным уравнением.

Практическое занятие.

- 1 1. Получить оператор главной части для конкретных функционально-дифференциальных уравнений. Определить является ли этот оператор фредгольмовым.
- 2 2. Условия однозначной разрешимости краевых задач функционально-дифференциальных уравнений.
- 3 3. Проверить условия однозначной разрешимости для конкретных краевых задач.
- 4 4. Определить функцию Грина конкретных функционально-дифференциальных уравнений с конкретными краевыми условиями.

- 5 5. Представить задачу управления линейным функционально-дифференциальным уравнением в виде краевой задачи. Применить этот подход к конкретным задачам управления.

Задания для самостоятельной работы.

Изучение теоретического материала, разбор доказательств утверждений. Самостоятельное доказательство простых утверждений о свойствах конкретных линейных ФДУ. Решение задач и упражнений по образцу; решение вариантных задач и упражнений.

Рекомендации. Повторить учебный материал на тему «Представление линейного ограниченного функционала в пространствах суммируемых функций». Обратить внимание на вопросы: представление общего решения ФДУ, оператор Коши, оператор Грина.

Тема 7. Линейные уравнения с последействием (ПК-4)

Лекция.

Линейные вольтерровые операторы. Задача Коши для линейного уравнения с последействием. Оператор Коши. Представление оператора Коши. Матрица Коши. Свойства функции Коши. Примеры построения функции Коши. Устойчивость решения задачи Коши. W-метод в теории устойчивости.

Практическое занятие.

- 1 1. Проверить, являются ли конкретные функционально-дифференциальные уравнения с последействием.
- 2 2. Определение оператора Коши и функции Коши.
- 3 3. Условия представления общего решения функционально-дифференциального уравнения через функцию Коши.
- 4 4. Определить функцию Коши конкретных функционально-дифференциальных уравнений.
- 5 5. Метод исследования устойчивости функционально-дифференциальных уравнений.
- 6 6. Исследовать устойчивость уравнений с запаздывающим аргументом

Задания для самостоятельной работы.

Изучение теоретического материала, разбор доказательств утверждений. Самостоятельное доказательство простых утверждений о вольтерровости оператора Коши, о представлении общего решения линейных ФДУ с последействием. Решение задач и упражнений по образцу; решение вариантных задач и упражнений.

Рекомендации. Самостоятельно получить решение конкретных уравнений с постоянным запаздыванием. Получить для таких уравнений функцию Коши. Рассмотреть аperiodическую задачу, получить для нее функцию Грина.

Тема 8. Методы приближенного построения общего решения линейных функционально-дифференциальных уравнений (ПК-4)

Лекция.

Использование ряда Неймана для построения функции Коши. Интерполяционные методы построения функций Грина и Коши. Сходимость интерполяционных методов.

Практическое занятие.

- 1 1. Определение ряда Неймана. Условия сходимости ряда Неймана.
- 2 2. Используя ряд Неймана получить формулы для приближенного решения уравнения с отклоняющимся аргументом.
- 3 3. Используя ряд Неймана получить формулы для приближенного нахождения функции Коши уравнения с запаздывающим аргументом.
- 4 4. Используя ряд Неймана получить формулы для приближенного нахождения функции Грина конкретных краевых задач.
- 5 5. Формулы интерполяционного метода нахождения функции Коши конкретных функционально-дифференциальных уравнений.
- 6 6. Формулы интерполяционного метода нахождения функции Грина конкретных краевых задач.

Тема 9. Теория абстрактных функционально-дифференциальных уравнений (ПК-4)

Лекция.

Абстрактное функционально-дифференциальное уравнение. Элементы общей теории. Краевая задача. Оператор Грина. Представление оператора Грина. Абстрактные уравнения с обобщенно вольтерровыми операторами. Оператор Коши. Линейное уравнение n -ого порядка. Сингулярные уравнения. Уравнения в пространствах аналитических функций.

Практическое занятие.

1. Определение абстрактного функционально-дифференциального уравнения. Примеры сингулярных уравнений, разностных уравнений, гибридных уравнений. Выбор пространств, в которых перечисленные уравнения могут быть записаны в виде приводимых абстрактных функционально-дифференциальных уравнений.
2. Для конкретных сингулярных уравнений, разностных уравнений, гибридных уравнений сформулировать задачу Коши. Является ли задача Коши однозначно разрешимой?
3. Исследовать конкретные краевые задачи для конкретных сингулярных уравнений, разностных уравнений, гибридных уравнений. Проверить условия однозначной разрешимости. Получить представление решения, определить функцию Грина.
4. Линейное уравнение n -ого порядка с запаздывающим аргументом. Представление общего решения.
5. Задача о неосцилляции решений уравнения второго порядка с запаздывающим аргументом. Связь со свойствами функции Коши.

Задания для самостоятельной работы.

Изучение теоретического материала, разбор доказательств утверждений. Самостоятельное доказательство простых утверждений о приведении конкретных уравнений к общему виду ФДУ. Решение задач и упражнений по образцу; решение вариантных задач и упражнений.

Рекомендации. Необходимо выявить главные основные свойства конкретных отображений, порождаемых ФДУ с отклоняющимся аргументом, интегро-дифференциальных уравнений, уравнений нейтрального типа. Эти свойства позволяют получить обобщение классических ФДУ, называемое абстрактным уравнением. Обратить внимание на свойство компактности множества решений. Предложить самостоятельно функциональное пространство, удобное для рассмотрения сингулярных уравнений.

Тема 10. Дифференциальные уравнения, удовлетворяющие условиям Каратеодори (ПК-4)

Лекция.

Примеры дифференциальных уравнений с разрывной правой частью, показывающие, что классическое определение решений уравнения для этих уравнений неприменимо. Основные требования к обобщенному понятию решения таких уравнений. Дифференциальные уравнения, удовлетворяющие условиям Каратеодори. Теоремы существования, продолжаемости, единственности решений. Непрерывная зависимость решений от правой части и начальных условий

Практическое занятие.

1. Классическое определение решения дифференциального уравнения. Условия Каратеодори. Примеры функций, удовлетворяющих условиям Каратеодори. Определение решения по Каратеодори дифференциального уравнения.
2. Найдите решение задачи Коши $y'(x) = f(x, y(x))$, где $f(x, y) = \dots$.
3. Найдите решение краевой задачи $y'(x) = f(x, y(x))$, где $f(x, y) = \dots$.
4. Сформулировать условия существования, продолжаемости решений задачи Коши.
5. Сформулировать условия существования и единственности решений задачи Коши.
6. Сформулировать условия непрерывной зависимости решений от правой части и начальных условий.

Задания для самостоятельной работы.

Повторить определение классического решения дифференциального уравнения. Повторить теоремы Банаха и Шчаудера о неподвижной точке. Изучение теоретического материала, разбор определений, доказательств утверждений. Решение задач и упражнений по образцу; решение вариантных задач и упражнений.

Рекомендации. Необходимо сравнить различные определения решений дифференциальных уравнений. При изучении теорем существования обратить внимание на редукцию задачи Коши к операторному уравнению, на проверку условий принципов неподвижных точек. Используя теорему Банаха о неподвижной точке, получить оценку решения интегрального уравнения Вольтерра, к которому сводится задача Коши (через константу Липшица).

Тема 11. Мнозначные отображения в конечномерных пространствах. (ПК-4)

Лекция.

Расстояния по Хаусдорфу между множествами в конечномерном пространстве. Выпуклые множества, свойства выпуклых множеств. Среднее значение интеграла от функции, значение которой принадлежат заданному множеству. Понятие измеримого многозначного отображения. Критерий измеримости. Измеримость некоторых специальных многозначных отображений и интегралов.

Практическое занятие.

1. Примеры дифференциальных уравнений с разрывной по x правой частью. Решить задачу Коши .
2. Решить задачу Коши .
3. Решить задачу Коши .
4. Определить расстояние по Хаусдорфу между конкретными множествами в конечномерном пространстве. Свойства расстояния по Хаусдорфу.
5. Выпуклые множества, свойства выпуклых множеств. Найти выпуклую оболочку множества в пространстве .
6. Примеры полунепрерывного сверху, полунепрерывного снизу, непрерывного многозначного отображения.
7. Понятие измеримого многозначного отображения. Примеры измеримых многозначных отображений. Измеримое сечение многозначного отображения.
8. Критерий измеримости.
9. Понятие интеграла от измеримого многозначного отображения.
10. . Вычислить интеграл на $[0,1]$ от отображения

Задания для самостоятельной работы.

Изучение теоретического материала, разбор доказательств утверждений. Самостоятельное доказательство простых утверждений о свойствах расстояния по Хаусдорфу. Сравнить определения измеримой функции и измеримого многозначного отображения; показать, что если рассматривать функцию, как многозначное отображение со значениями - одноточечными множествами, то определения измеримости становятся равносильными. Решение задач и упражнений по образцу; решение вариантных задач и упражнений.

Рекомендации. Самостоятельно найти расстояние по Хаусдорфу между конкретными множествами в . Самостоятельно доказать, что непрерывное многозначное отображение измеримо. Обратить внимание на определение интеграла от измеримого многозначного отображения. Вычислить интеграл на $[0,1]$ от отображения

Тема 12. Дифференциальные включения. Дифференциальные уравнения с разрывной по фазовым переменным правой частью. (ПК-4)

Лекция.

Понятие дифференциального включения. Различные определения решения дифференциального включения. Интегрирование многозначных отображений. Понятие многозначного оператора Немыцкого, его свойства. Произведение оператора интегрирования и оператора Немыцкого. Свойства произведения. Теоремы существования решения, продолжаемости дифференциального включения с выпуклой правой частью. Зависимость множества решений от правой части и от начальных условий. Дифференциальные включения с невыпуклой правой частью. Квазирешения. Теоремы существования решений. Приближенные решения. Асимптотическое представление приближенных решений. Дифференциальные уравнения с разрывной по фазовой переменной правой частью. Определение решения. Существование решения. Теоремы единственности и продолжаемости. Вариация разрывных систем. Дифференциальные включения на плоскости. Ограниченные и периодические решения

Практическое занятие.

1. Сформулировать основные моменты доказательства теоремы Надлера. Привести примеры отображений, удовлетворяющих условиям теоремы Надлера.
2. Понятие дифференциального включения. Различные определения решения дифференциального включения. Сведение дифференциального уравнения с разрывной правой частью к дифференциальному включению.
3. Привести дифференциальное уравнение к включению. Решить для полученного включения задачу Коши с начальным условием
4. Привести дифференциальное уравнение к включению. Решить для полученного включения задачу Коши с начальным условием
5. Интегрирование многозначных отображений.
6. Привести примеры многозначных отображений, не удовлетворяющих условиям Каратеодори, удовлетворяющих верхним, нижним условиям Каратеодори, и отображений, удовлетворяющих условиям Каратеодори.
7. Понятие многозначного оператора Немыцкого, его свойства. Произведение оператора интегрирования и оператора Немыцкого. Свойства произведения.
8. Найти .
9. Сформулировать условия существования решения, продолжаемости дифференциального включения с выпуклой правой частью.
10. Привести условия непрерывной (полунепрерывной сверху, снизу) зависимости множества решений от правой части и от начальных условий.

Задания для самостоятельной работы.

Изучение теоретического материала, разбор определений, формулировок, доказательств утверждений. Какому утверждению равносильна теорема Надлера, если многозначное отображение имеет значения - одноточечные множества. Решение задач и упражнений по образцу; решение вариантных задач и упражнений.

Рекомендации. Необходимо выявить сходные черты и отличия дифференциальных уравнений и дифференциальных включений. Обратит внимание, что даже в случае липшицевости по x правой части дифференциального включения, задача Коши, как правило, имеет более одного решения.

Привести простейшие примеры дифференциальных включений и решить их. Например,

Обратить внимание на определение многозначного оператора Немыцкого

Тема 13. Функционально-дифференциальные включения (ПК-4)

Лекция.

Функционально-дифференциальные неравенства с вольтерровыми по Тихонову операторами. Функционально-дифференциальные включения с вольтерровыми по Тихонову операторами. Обобщения обыкновенных дифференциальных включений, дифференциальных включений с запаздывающим аргументом, интегро-дифференциальных включений и др. Некоторые вопросы продолжаемости решений функционально-дифференциальных включений с вольтерровыми по Тихонову операторами: локальное и глобальное решения задачи Коши, продолжаемость решений, априорная ограниченность и глобальные решения задачи Коши для включений с полунепрерывной снизу и сверху правыми частями.

Практическое занятие.

1. Примеры вольтерровых многозначных отображений, τ -вольтерровых многозначных отображений. Доказать существование неподвижных точек конкретных вольтерровых многозначных сжимающих операторов.
2. Условия разрешимости задачи Коши для дифференциального включения с запаздывающим аргументом.
3. Условия разрешимости задачи Коши для интегро-дифференциального включения.
4. Понятие функционально-дифференциального включения с вольтерровым (по Тихонову) оператором. Условия существования и продолжаемости решений функционально-дифференциальных включений с вольтерровыми операторами. Априорная ограниченность - достаточное условие существования глобального решения задачи Коши для включений с полунепрерывной снизу и сверху правыми частями.
5. Доказать, что функционально-дифференциальное включение с τ -вольтерровыми многозначными отображениями разрешимо, любые локальные решения продолжимы до глобального.
6. Получить априорные оценки решений дифференциального включения с запаздывающим аргументом.

Задания для самостоятельной работы.

Повторить определение вольтерроваго оператора. Изучение теоретического материала, разбор определений, формулировок, доказательств утверждений. Решение задач и упражнений по образцу; решение вариантных задач и упражнений.

Рекомендации. Рассмотреть конкретные многозначные отображения, проверить, являются ли они вольтерровыми. Обратит внимание, почему включения с последствием могут рассматриваться не на всем отрезке времени $[0, T]$, а на любом меньшем отрезке $[0, \tau]$. Показать, что композиция, сумма вольтерровых отображений является вольтерровым отображением. Решить простейшее включение с τ -вольтерровым отображением. При изучении теорем существования решений функционально-дифференциальных включений обратит внимание, что идеи и рассуждения аналогичны доказательствам аналогичны доказательствам соответствующих утверждений для дифференциальных включений.

Тема 14. Оценки решений функционально-дифференциальных включений и принцип плотности (ПК-4)

Лекция.

Теорема о реализации расстояний от любой суммируемой функции до своих значений в пространстве суммируемых функций. Теоремы об оценках решения включения до наперед заданной абсолютно непрерывной функции. Свойства квазирешений функционально-дифференциальных включений и принцип плотности. Свойства приближенных решений функционально-дифференциальных включений.

Практическое занятие.

1. Функционально-дифференциальное уравнение с вольтерровыми невыпуклозначными отображениями. Привести примеры.
2. Понятие обобщенного решения и квазирешения. Примеры обобщенных и квазирешений, не являющихся решениями.
3. Сформулировать теорему об оценках расстояния решения включения до наперед заданной абсолютно непрерывной функции.
4. Свойства квазирешений функционально-дифференциальных включений.
5. Принцип плотности. Приложения в задачах управления.
6. Свойства приближенных решений функционально-дифференциальных включений.
7. Привести примеры функционально-дифференциальных управляемых систем. Привести заданные конкретные управляемые системы к функционально-дифференциальным включениям. Исследовать полученные включения.

Задания для самостоятельной работы.

Изучение теоретического материала, разбор определений, формулировок, доказательств утверждений. Решение задач и упражнений по образцу; решение вариантных задач и упражнений.

Рекомендации. Выяснить, как наличие априорной оценки позволяет гарантировать существование решения включения на всем отрезке времени. Рассмотреть примеры нахождения априорных оценок. Выяснить различия в определении обобщенного решения и квазирешения. Выяснить идею доказательства принципа плотности, метод его применения в задачах управления.

4. Контроль знаний обучающихся и типовые оценочные средства

4.1. Распределение баллов:

7 семестр

- текущий контроль – 80 баллов
- контрольные срезы – 2 среза по 10 баллов каждый
- премиальные баллы – 20 баллов

Распределение баллов по заданиям:

№ те мы	Название темы / вид учебной работы	Формы текущего контроля / срезы	Мах. кол-во баллов	Методика проведения занятия и оценки
1.	Элементы теории функций и функционального анализа	Выполнение практических заданий	10	Выполнение 100 % задания – 10 балла; 75%-90% задания - 8 балла; 50-74% задания – 5 баллов.
2.	Разрешимость нелинейных функционально-дифференциальных уравнений	Выполнение практических заданий	10	Выполнение 100 % задания – 10 балла; 75%-90% задания - 8 балла; 50-74% задания – 5 баллов.
3.	Теоремы об операторном неравенстве. Оценки решений функционально-дифференциальных уравнений	Выполнение практических заданий	10	Выполнение 100 % задания – 10 балла; 75%-90% задания - 8 балла; 50-74% задания – 5 баллов.
		Контрольная работа(контрольный срез)	10	Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам, содержащим 5 заданий. Каждое задание оценивается в 2 балла.
4.	Методы приближенного решения нелинейных функционально-дифференциальных уравнений	Выполнение практических заданий	10	Выполнение 100 % задания – 10 балла; 75%-90% задания - 8 балла; 50-74% задания – 5 баллов
5.	Линейные уравнения в банаховых пространствах	Выполнение практических заданий	10	Выполнение 100 % задания – 10 балла; 75%-90% задания - 8 балла; 50-74% задания – 5 баллов

6.	Теория линейных функционально-дифференциальных уравнений	Контрольная работа(контрольный срез)	10	Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам, содержащим 5 заданий. Каждое задание оценивается в 2 балла
		Выполнение практических заданий	10	Выполнение 100 % задания – 10 балла; 75%-90% задания - 8 балла; 50-74% задания – 5 баллов
7.	Линейные уравнения с последствием	Реферат	10	Подготовка и выступление с рефератом на семинаре – 10 балла
		Зачет	10	Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам, содержащим 5 заданий. Каждое задание оценивается в 2 балла.
8.	Премиальные баллы		20	Участие в студенческих олимпиадах – 10 баллов Участие в студенческих конференциях – 10 баллов
9.	Индивидуальные задания, с помощью которых можно набрать дополнительные баллы		50	Добор баллов: студент может предоставить все задания текущего контроля и задания контрольных срезов
10.	Итого за семестр		100	

8 семестр

- текущий контроль – 50 баллов
- контрольные срезы – 2 среза по 10 баллов каждый
- премиальные баллы – 20 баллов
- ответ на экзамене: не более 30 баллов

Распределение баллов по заданиям:

№ темы	Название темы / вид учебной работы	Формы текущего контроля / срезы	Мах. кол-во баллов	Методика проведения занятия и оценки
1.	Методы приближенного построения общего решения линейных функционально-дифференциальных уравнений	Выполнение практических заданий	10	Выполнение 100 % задания – 10 балла; 75%-90% задания - 8 балла; 50-74% задания – 5 баллов
2.	Теория абстрактных функционально-дифференциальных уравнений	Выполнение практических заданий	10	Выполнение 100 % задания – 10 балла; 75%-90% задания - 8 балла; 50-74% задания – 5 баллов
3.	Дифференциальные уравнения, удовлетворяющие условиям Каратеодори	Контрольная работа(контрольный срез)	10	Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам, содержащим 5 заданий. Каждое задание оценивается в 2 балла.

4.	Многозначные отображения в конечномерных пространствах.	Выполнение практических заданий	10	Выполнение 100 % задания – 10 балла; 75%-90% задания - 8 балла; 50-74% задания – 5 баллов
5.	Дифференциальные включения. Дифференциальные уравнения с разрывной по фазовым переменным правой частью.	Выполнение практических заданий	10	Выполнение 100 % задания – 10 балла; 75%-90% задания - 8 балла; 50-74% задания – 5 баллов
6.	Функционально-дифференциальные включения	Контрольная работа(контрольный срез)	10	Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам, содержащим 5 заданий. Каждое задание оценивается в 2 балла.
7.	Оценки решений функционально-дифференциальных включений и принцип плотности	Выполнение практических заданий	10	Выполнение 100 % задания – 10 балла; 75%-90% задания - 8 балла; 50-74% задания – 5 баллов.
8.	Премияльные баллы		20	Участие в студенческих олимпиадах – 10 баллов Участие в студенческих конференциях – 10 баллов
9.	Ответ на экзамене		30	10-17 баллов – студент раскрыл основные вопросы и задания билета на оценку «удовлетворительно» 18-24 баллов – студент раскрыл основные вопросы и задания билета на оценку «хорошо», 25-30 баллов – студент раскрыл основные вопросы и задания билета на оценку «отлично».
10.	Индивидуальные задания, с помощью которых можно набрать дополнительные баллы		50	Добор баллов: студент может предоставить все задания текущего контроля и задания контрольных срезов
11.	Итого за семестр		100	

Итоговая оценка по экзамену выставляется в 100-балльной шкале и в традиционной четырехбалльной шкале. Перевод 100-балльной рейтинговой оценки по дисциплине в традиционную четырехбалльную осуществляется следующим образом:

100-балльная система	Традиционная система
85 - 100 баллов	Отлично
70 - 84 баллов	Хорошо
50 - 69 баллов	Удовлетворительно
Менее 50	Неудовлетворительно

4.2 Типовые оценочные средства текущего контроля

Выполнение практических заданий

Тема 1. Элементы теории функций и функционального анализа

решение задач

Тема 2. Разрешимость нелинейных функционально-дифференциальных уравнений

решение задач

Тема 3. Теоремы об операторном неравенстве. Оценки решений функционально-дифференциальных уравнений

решение задач

Тема 4. Методы приближенного решения нелинейных функционально-дифференциальных уравнений

решение задач

Тема 5. Линейные уравнения в банаховых пространствах

решение задач

Тема 6. Теория линейных функционально-дифференциальных уравнений

решение задач

Тема 8. Методы приближенного построения общего решения линейных функционально-дифференциальных уравнений

решение задач

Тема 9. Теория абстрактных функционально-дифференциальных уравнений

решение задач

Тема 11. Многозначные отображения в конечномерных пространствах.

решение задач

Тема 12. Дифференциальные включения. Дифференциальные уравнения с разрывной по фазовым переменным правой частью.

решение задач

Тема 14. Оценки решений функционально-дифференциальных включений и принцип плотности

решение задач

Зачет

Тема 7. Линейные уравнения с последствием

зачетное задание

Контрольная работа

Тема 3. Теоремы об операторном неравенстве. Оценки решений функционально-дифференциальных уравнений

Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам

Тема 6. Теория линейных функционально-дифференциальных уравнений

Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам

Тема 10. Дифференциальные уравнения, удовлетворяющие условиям Каратеодори
Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам

Тема 13. Функционально–дифференциальные включения
Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам

Реферат

Тема 7. Линейные уравнения с последствием

1. 1. Методы приближенного решения нелинейных функционально-дифференциальных уравнений (по теме № 4).
2. 2. Линейные уравнения в банаховых пространствах (по теме № 5).
3. 3. Методы приближенного построения общего решения линейных функционально-дифференциальных уравнений (по теме № 8).

4.3 Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме зачета, экзамена

Типовые вопросы зачета (ПК-4)

Типовые вопросы зачета

1. Разрывные дифференциальные уравнения. Основные требования к обобщенному понятию решения таких уравнений.
2. Дифференциальные уравнения, удовлетворяющие условиям Каратеодори. Определение решения.
3. Существование решения.
4. Продолжаемость решений.
5. Единственность решения.
6. Непрерывная зависимость решений от правой части и начальных условий.
7. Расстояние по Хаусдорфу между множествами в конечномерном пространстве.
8. Выпуклые множества. Отделимость точки и множества.
9. Выпуклая оболочка множества.
10. Опорная плоскость выпуклого множества.
11. Среднее значение интеграла.
12. Предел производных абсолютно непрерывных функций.
13. Измеримые многозначные отображения.
14. Критерий измеримости.
15. Измеримость некоторых специальных многозначных отображений.
16. Понятие дифференциального включения.
17. Различные определения решения дифференциального включения.
18. Интегрирование многозначных отображений. Интеграл Аумана.
19. Многозначный оператор Немыцкого.
20. Произведение оператора интегрирования и многозначного оператора Немыцкого.
21. Существование решения дифференциального включения с выпуклой правой частью.
22. Продолжаемость решения дифференциального включения с выпуклой правой частью.
23. Зависимость множества решений от правой части и от начальных условий.
24. Дифференциальные включения с невыпуклой правой частью. Существование решения.
25. Квазирешения дифференциального включения с невыпуклой правой
26. частью.

27. Плотность множества решения дифференциального включения с невыпуклой правой частью во множестве решений "овыпукленного" включения.
28. Приближенные решения дифференциального включения, решения.
29. Равномерная непрерывность многозначного отображения относительно функции.
30. Асимптотическое представление множеств приближенных решений.
31. Дифференциальные уравнения с разрывной по фазовой переменной правой частью.
- Определение решения.
32. Существование решения.
33. Единственность и продолжаемость решений дифференциальных уравнений с разрывной по фазовым переменным правой частью.
34. Вариация разрывных систем.
35. Дифференциальные включения на плоскости.
36. Ограниченные и периодические решения.
37. Функционально-дифференциальные неравенства с вольтерровыми по Тихонову операторами.
38. Функционально-дифференциальные включения с вольтерровыми по Тихонову операторами.
39. Обобщения обыкновенных дифференциальных включений.
40. Обобщения дифференциальных включений с запаздывающим аргументом.
41. Интегро-дифференциальные включения.
42. Некоторые вопросы продолжаемости решений функционально-дифференциальных включений с вольтерровыми по Тихонову операторами: локальное и глобальное решения задачи Коши.
43. Продолжаемость решений, априорная ограниченность и глобальные решения задачи Коши для включений с полунепрерывной снизу и сверху правыми частями.
44. еорема о реализации расстояний в пространстве суммируемых функций от любой суммируемой функции до своих значений.
45. Теоремы об оценках решения включения до наперед заданной абсолютно непрерывной функции.
46. Свойства квазирешений функционально-дифференциальных включений и принцип плотности.
- Свойства приближенных решений функционально-дифференциальных

Типовые задания для зачета (ПК-4)

1. Какое множество называется выпуклым? Сформулировать теорему Каратеодори о выпуклых множествах из E^n .
2. Дайте определение расстояния по Хаусдорфу между множествами. Найдите расстояние по Хаусдорфу между множествами $A, B \in E^n$, если $A = \{x = (x_1, x_2): |x_1| \leq 2, |x_2| \leq 2\}$,
 B – замкнутый шар единичного радиуса с центром в точке $(2, 0)$.
3. Пусть $A, B \in \Omega(E^n)$. Доказать, что $h^+[A, B] = \inf\{\varepsilon > 0: A \subset B^\varepsilon\}$.
4. Дайте определение опорной функции множества A .
 Что такое опорное множество к A в заданном направлении?
 Докажите, что:
 А) опорная функция $c(A, *): E^n \rightarrow E$ является выпуклой функцией;
 Б) для любых $A, B \in \Omega(E^n)$ верно $c(A + B, x^*) = c(A, x^*) + c(B, x^*)$;
 В) для любого $A \in \Omega(E^n)$ верно $c(\text{co} A, x^*) = c(A, x^*)$.
5. Дайте определение многозначного отображения.
 Какое многозначное отображение называется полунепрерывным сверху, полунепрерывным снизу, непрерывным?
 Отображение $F: E \rightarrow \Omega(E)$ задано соотношением:
$$F(t) = \begin{cases} 0, & t < -1, \\ [-1, 1], & t \in [-1, 1], \\ 0, & t > 1 \end{cases}$$
 Будет ли отображение F полунепрерывным сверху, полунепрерывным снизу, непрерывным?
6. Какое многозначное отображение называется измеримым?
 Что называется сечением многозначного отображения?
 При каких условиях у многозначного отображения существует непрерывное сечение?
 При каких условиях у многозначного отображения существует измеримое сечение?
7. Дайте определение интеграла от многозначного отображения.
 Пусть отображение $F: E \rightarrow \Omega(E^n)$ имеет выпуклые образы и непрерывно на $I = [t_0, t_1]$.
 Докажите, что интеграл от F на I является непустым, ограниченным, выпуклым множеством.
8. Найти интеграл от многозначного отображения F на отрезке $[-3, 3]$, если
$$F(t) = \begin{cases} [0, 1], & t \in [-3, -1], \\ 0, & t \in (-1, 1), \\ [-1, 0], & t \in [1, 3]. \end{cases}$$

Типовые вопросы экзамена (ПК-4)

Типовые вопросы экзамена

1. Метрические пространства. Сходимость. Полные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений.
2. Компактность в метрических пространствах. Теорема Арцела.
3. Линейные пространства. Нормированные пространства. Непрерывные линейные функционалы на нормированных пространствах.
4. Сопряженное пространство. Слабая топология и слабая сходимость.
5. Мера Лебега. Измеримые функции. Интеграл Лебега. Пространства суммируемых функций. Критерий компактности в пространстве .
6. Непрерывный функционал в . Интегральный оператор в .
7. Принцип Шаудера неподвижной точки.

8. Нелинейные вольтерровые операторы. Сумма операторов. Композиция операторов. Предел последовательности вольтерровых операторов.
9. Теоремы о разрешимости нелинейного уравнения Вольтерра в пространстве суммируемых функций.
10. Разрешимость задачи Коши для нелинейного функционально-дифференциального.
11. Разрешимость краевой задачи для функционально-дифференциального уравнения. Метод редукции краевой задачи к задачам Коши.
12. Обобщение понятия вольтерровости оператора. Признаки обобщенной вольтерровости интегрального оператора, оператора внутренней суперпозиции.
13. Операторные уравнения с обобщенно вольтерровыми операторами в пространстве суммируемых функций.
14. Теоремы о разрешимости функционально-дифференциальных уравнений с обобщенно вольтерровыми операторами.
15. Конусы в банаховом пространстве. Свойства конусов. Теоремы о неподвижных точках монотонных операторов.
16. Теоремы о разрешимости и оценках решений функционально-дифференциальных уравнений с монотонными операторами.
17. Эффективные методы решения операторных неравенств в пространстве суммируемых функций.
18. Теоремы о непрерывной зависимости решений операторных уравнений от параметров.
19. Метод Тонелли приближенного решения функционально-дифференциальных уравнений.
20. Аналоги методов Рунге-Кутты численного решения функционально-дифференциальных уравнений.
21. Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность. Кольцо операторов.
22. Сопряженный оператор. Компактные операторы.
23. Функциональные уравнения. Функциональные уравнения второго рода. Спектр. Резольвента. Альтернатива Фредгольма.
24. Оператор внутренней суперпозиции в пространстве суммируемых функций. Условия действия оператора внутренней суперпозиции в пространстве суммируемых функций.
25. Вычисление спектрального радиуса интегрального оператора и оператора внутренней суперпозиции.
26. Некоторые классы функционально-дифференциальных уравнений. Главная часть линейного уравнения. Линейное уравнение с фредгольмовой главной частью.
27. Линейная краевая задача. Оператор Грина.
28. Сопряженное уравнение к линейной краевой задаче.
29. Представление оператора Грина. Функция Грина. Теоремы о свойствах функции Грина.
30. Элементарный оператор Грина. Построение оператора Грина краевой задачи через элементарный оператор.
31. Использование W-метода к исследованию разрешимости краевой задачи и построению функции Грина.
32. Непрерывная зависимость решения краевой задачи от параметров.
33. Задача управления функционально-дифференциальным уравнением. Условия разрешимости. Сопряженное уравнение.
34. Линейные вольтерровые операторы. Задача Коши для линейного уравнения с последствием.
35. Оператор Коши. Представление оператора Коши. Функция Коши.
36. Свойства функции Коши. Примеры построения функции Коши.
37. Определения устойчивости решения задачи Коши. Использование оператора Коши к исследованию устойчивости.
38. W-метод в теории устойчивости.
39. Использование ряда Неймана для построения функции Коши.
40. Интерполяционные методы построения функций Грина и Коши. Сходимость интерполяционных методов.

41. Абстрактное функционально-дифференциальное уравнение. Элементы общей теории. Краевая задача. Оператор Грина.
42. Представление оператора Грина.
43. Абстрактные уравнения с обобщенно вольтерровыми операторами. Оператор Коши.
44. Линейное уравнение n -ого порядка.
45. Сингулярные уравнения.
46. Уравнения в пространствах аналитических функций.
47. Уравнение нейтрального типа в пространстве функций с кусочно-непрерывной производной.

Типовые задания для экзамена (ПК-4)

1. Какое множество называется выпуклым? Сформулировать теорему Каратеодори о выпуклых множествах из .
2. Дайте определение расстояния по Хаусдорфу между множествами . Найдите расстояние по Хаусдорфу между множествами , если замкнутый шар единичного радиуса с центром в точке $(2, 0)$.
3. Пусть . Доказать, что
4. Дайте определение опорной функции множества .
Что такое опорное множество K в заданном направлении?
Докажите, что:
А) опорная функция является выпуклой функцией;
Б) для любых верно ;
В) для любого верно .
5. Дайте определение многозначного отображения.
Какое многозначное отображение называется полунепрерывным сверху, полунепрерывным снизу, непрерывным?
Отображение задано соотношением: Будет ли отображение полунепрерывным сверху, полунепрерывным снизу, непрерывным?
6. Какое многозначное отображение называется измеримым?
Что называется сечением многозначного отображения?
При каких условиях у многозначного отображения существует непрерывное сечение?
При каких условиях у многозначного отображения существует измеримое сечение?
7. Дайте определение интеграла от многозначного отображения.
Пусть отображение имеет выпуклые образы и непрерывно на .
Докажите, что интеграл от на является непустым, ограниченным, выпуклым множеством.
8. Найти интеграл от многозначного отображения на отрезке , если

4.4. Шкала оценивания промежуточной аттестации

Зачет

Оценка	Компетенции	Дескрипторы (уровни) – основные признаки освоения (показатели достижения результата)
«зачтено» (50 - 100 баллов)	ПК-4	Умеет применять в своей деятельности методы математической обработки результатов исследований, полученных при решении конкретной теоретической задачи
«не зачтено» (0 - 49 баллов)	ПК-4	Не умеет применять в своей деятельности методы математической обработки результатов исследований, полученных при решении конкретной теоретической задачи

Экзамен

Оценка	Компетенции	Дескрипторы (уровни) – основные признаки освоения (показатели достижения результата)
«отлично» (85 - 100 баллов)	ПК-4	Отлично умеет применять в своей деятельности методы математической обработки результатов исследований, полученных при решении конкретной теоретической задачи
«хорошо» (70 - 84 баллов)	ПК-4	Хорошо умеет применять в своей деятельности методы математической обработки результатов исследований, полученных при решении конкретной теоретической задачи
«удовлетворительно» (50 - 69 баллов)	ПК-4	Удовлетворительно умеет применять в своей деятельности методы математической обработки результатов исследований, полученных при решении конкретной теоретической задачи
«неудовлетворительно» (менее 50 баллов)	ПК-4	Не умеет применять в своей деятельности методы математической обработки результатов исследований, полученных при решении конкретной теоретической задачи

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

5.1 Методические указания по организации самостоятельной работы обучающихся:

Приступая к изучению дисциплины, в первую очередь обучающимся необходимо ознакомиться содержанием рабочей программы дисциплины (РПД), которая определяет содержание, объем, а также порядок изучения и преподавания учебной дисциплины, ее раздела, части.

Для самостоятельной работы важное значение имеют разделы «Объем и содержание дисциплины», «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» и «Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы».

В разделе «Объем и содержание дисциплины» указываются все разделы и темы изучаемой дисциплины, а также виды занятий и планируемый объем в академических часах.

В разделе «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» указана рекомендуемая основная и дополнительная литература.

В разделе «Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы» содержится перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем, необходимых для освоения дисциплины.

5.2 Рекомендации обучающимся по работе с теоретическими материалами по дисциплине

При изучении и проработке теоретического материала необходимо:

- просмотреть еще раз презентацию лекции в системе MOODLe, повторить законспектированный на лекционном занятии материал и дополнить его с учетом рекомендованной дополнительной литературы;
- при самостоятельном изучении теоретической темы сделать конспект, используя рекомендованные в РПД источники, профессиональные базы данных и информационные справочные системы;
- ответить на вопросы для самостоятельной работы, по теме представленные в пункте 3.2 РПД.
- при подготовке к текущему контролю использовать материалы фонда оценочных средств (ФОС).

5.3 Рекомендации по работе с научной и учебной литературой

Работа с основной и дополнительной литературой является главной формой самостоятельной работы и необходима при подготовке к устному опросу на семинарских занятиях, к дебатам, тестированию, экзамену. Она включает проработку лекционного материала и рекомендованных источников и литературы по тематике лекций.

Конспект лекции должен содержать реферативную запись основных вопросов лекции, в том числе с опорой на размещенные в системе MOODLe презентации, основных источников и литературы по темам, выводы по каждому вопросу. Конспект может быть выполнен в рамках распечатки выдачи презентаций лекций или в отдельной тетради по предмету. Он должен быть аккуратным, хорошо читаемым, не содержать не относящуюся к теме информацию или рисунки.

Конспекты научной литературы при самостоятельной подготовке к занятиям должны содержать ответы на каждый поставленный в теме вопрос, иметь ссылку на источник информации с обязательным указанием автора, названия и года издания используемой научной литературы. Конспект может быть опорным (содержать лишь основные ключевые позиции), но при этом позволяющим дать полный ответ по вопросу, может быть подробным. Объем конспекта определяется самим студентом.

В процессе работы с основной и дополнительной литературой студент может:

- делать записи по ходу чтения в виде простого или развернутого плана (создавать перечень основных вопросов, рассмотренных в источнике);
- составлять тезисы (цитирование наиболее важных мест статьи или монографии, короткое изложение основных мыслей автора);
- готовить аннотации (краткое обобщение основных вопросов работы);
- создавать конспекты (развернутые тезисы).

5.4. Рекомендации по подготовке к отдельным заданиям текущего контроля

Собеседование предполагает организацию беседы преподавателя со студентами по вопросам практического занятия с целью более обстоятельного выявления их знаний по определенному разделу, теме, проблеме и т.п. Все члены группы могут участвовать в обсуждении, добавлять информацию, дискутировать, задавать вопросы и т.д.

Устный опрос может применяться в различных формах: фронтальный, индивидуальный, комбинированный. Основные качества устного ответа подлежащего оценке:

- правильность ответа по содержанию;
- полнота и глубина ответа;
- сознательность ответа;
- логика изложения материала;
- рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи;
- своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе;
- использование дополнительного материала;
- рациональность использования времени, отведенного на задание.

Устный опрос может сопровождаться презентацией, которая подготавливается по одному из вопросов практического занятия. При выступлении с презентацией необходимо обращать внимание на такие моменты как:

- содержание презентации: актуальность темы, полнота ее раскрытия, смысловое содержание, соответствие заявленной темы содержанию, соответствие методическим требованиям (цели, ссылки на ресурсы, соответствие содержания и литературы), практическая направленность, соответствие содержания заявленной форме, адекватность использования технических средств учебным задачам, последовательность и логичность презентуемого материала;
- оформление презентации: объем (оптимальное количество), дизайн (читаемость, наличие и соответствие графики и анимации, звуковое оформление, структурирование информации, соответствие заявленным требованиям), оригинальность оформления, эстетика, использование возможности программной среды, соответствие стандартам оформления;
- личностные качества: ораторские способности, соблюдение регламента, эмоциональность, умение ответить на вопросы, систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам программы;
- содержание выступления: логичность изложения материала, раскрытие темы, доступность изложения, эффективность применения средств ИКТ, способы и условия достижения результативности и эффективности для выполнения задач своей профессиональной или учебной деятельности, доказательность принимаемых решений, умение аргументировать свои заключения, выводы.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1 Основная литература:

1. Арнольд, В. И. Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений. - 2023-02-12; Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений. - Москва: Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. - 400 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/91926.html>
2. Половинкин Е. С. Мнозначный анализ и дифференциальные включения : монография. - Москва: Физматлит, 2015. - 523 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457678>
3. Жуковский Е.С. Линейные эволюционные функционально-дифференциальные уравнения в банаховом пространстве : Монография. - Тамбов: Изд-во ТГУ, 2003. - 148 с.

6.2 Дополнительная литература:

1. Демидович Б. П. Лекции по математической теории устойчивости. - Москва: Наука, 1967. - 472 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=447850>
2. Натансон И. П. Теория функций вещественной переменной : учебное пособие. - Изд. 3-е. - Москва: Наука, 1974. - 480 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459802>
3. Филатов, О. П., Хапаев, М. М. Усреднение систем дифференциальных включений : учебное пособие. - 2020-09-18; Усреднение систем дифференциальных включений. - Москва: Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 1998. - 160 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/13117.html>

6.3 Иные источники:

1. База данных zbMath - <https://www.zbmath.org/>
2. Журнал «Успехи математических наук» - http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=tmf&option_lang=rus
3. Каталог образовательных ресурсов сети Интернет - www.catalog.iot.ru
4. Российская национальная библиотека - www.nlr.ru
5. Российский общеобразовательный портал - <http://www.school.edu.ru/>
6. Учебный портал - www.tgspa.ru
7. Федеральный портал «Российское образование» - <http://www.edu.ru/>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Для проведения занятий по дисциплине необходимо следующее материально-техническое обеспечение: учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории и помещения для самостоятельной работы укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы укомплектованы компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования, обеспечивающие тематические иллюстрации (проектор, ноутбук, экран/ интерактивная доска).

Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

LibreOffice

Операционная система "Альт Образование"

Microsoft Windows 10

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Научная электронная библиотека «КиберЛенинка». – URL: <https://cyberleninka.ru>
2. Научная электронная библиотека eLIBRARY.ru. – URL: <https://elibrary.ru>
3. Российская государственная библиотека. – URL: <https://www.rsl.ru>
4. Российская национальная библиотека. – URL: <http://nlr.ru>
5. Президентская библиотека имени Б.Н. Ельцина. – URL: <https://www.prilib.ru>
6. Университетская библиотека онлайн: электронно-библиотечная система. – URL: <https://biblioclub.ru>
7. Научная электронная библиотека Российской академии естествознания. – URL: <https://www.monographies.ru>
8. Электронная библиотека РФФИ. – URL: <https://www.rfbr.ru/rffi/ru/library>
9. Web of Science: политематическая реферативно-библиографическая и наукометрическая база данных . – URL: <https://apps.webofknowledge.com>
10. Scopus: база данных . – URL: <https://www.scopus.com>
11. Платформа Springer Link. – URL: <https://link.springer.com>

Электронная информационно-образовательная среда

https://auth.tsutmb.ru/authorize?response_type=code&client_id=moodle&state=xyz

Взаимодействие преподавателя и студента в процессе обучения осуществляется посредством мультимедийных, гипертекстовых, сетевых, телекоммуникационных технологий, используемых в электронной информационно-образовательной среде университета.